Mavzu-6. Chiziqli tenglamalar sistemasi va uni yechish usullari.

Reja:

1. Chiziqli tenglamalar sistemasi.
2. Chiziqli tenglamalar sistemasi yechimga ega bo'lish hollari.
3. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usullari.

<u>Ta'rif-1.</u> n ta noma'lum, m ta tenglamadan iborat ushbu munosabatlarga.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ .... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \qquad (1)$$

(1) Chiziqli tenglamalar sistemasi deyiladi.

Qisqacha $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i$, $i = 1, 2, .., m$ kabi yoziladi.

n- noma'lumlar, m- tengalamalar soni, a_{ij} - koeffitsientlar, b_i - ozod hadlar deyiladi.

<u>Ta'rif-2</u> Agar (1) sistemaning barcha ozod hadlari nolga teng bo'lsa, ya'ni $b_1 = b_2 = ... = b_n = 0$ sistema <u>bir jinsli</u> deyiladi.

<u>Ta'rif-3</u> Agar (1) sistemada hech bo'lmaganda bitta ozod hadi nolga teng bo'lmasa, u holda sistema <u>bir jinsli emas</u> deyiladi.

<u>Ta'rif-4</u> Agar (1) sistemada tenglamalar soni va noma'lumlar soni teng bo'lsa, <u>kvadrat sistema</u> deyiladi.

<u>Ta'rif-5</u> Agar (1) sistemada $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ haqiqiy sonlar mos ravishda $x_1, x_2, ..., x_n$ noma'lumlar bilan almashtirilganda to'g'ri tenglik hosil bo'lsa $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ lar (1) <u>sistemaning yechimi</u> deyiladi.

<u>Ta'rif-6</u> Agar (1) sistema hech bo'lmaganda bitta yechimga ega bo'lsa, <u>sistema birgalikda</u> deyiladi.

<u>Ta'rif-7</u> Agar (1) sistema birorta ham yechimga ega bo'lmasa, <u>sistema birgalikda emas</u> deyiladi.

<u>Ta'rif-8</u> Birgalikdagi chiziqli tenglamalar sistemasi (ChTS) bitta yechimga ega bo'lsa, <u>sistema aniqlangan</u> deyiladi.

<u>Ta'rif-9</u> Birgalikdagi chiziqli tenglamalar sistemasi cheksiz ko'p yechimga ega bo'lsa, <u>sistema aniqlanmagan</u> deyiladi.

<u>Ta'rif-10</u> Ikkita tenglamalar sistemasi bir xil yechimga ega bo'lsa, bunday sistemalar <u>teng kuchli</u> deyiladi.

<u>Teorema-1</u> Chiziqli tenglama sistemasining satrlari ustida bajarilgan elementlar almashtirishlar natijasida berilgan chiziqli tenglama sistemasiga teng uchli chiziqli tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi.

Teorema-2 (Kroneker-Kapelli) Chiziqli tenglamalar sistemasi birgalikda bo'lishi uchun sistemaning asosiy va kengaytirilgan matritsalarining ranglari teng bo'lishi zarur va yetarli.

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad \bar{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$

$rankA = rank\,\bar{A}$ $\Leftrightarrow$ sistema birgalikda

Teorema-3 (Kramer) Berilgan n ta noma'lumli n ta tenglamalar sistemasidan iborat chiziqli tenglamalar sistemasi

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

ning asosiy matritsasi determinanti noldan farqli bo'lganda yagona yechimga ega va bu yechim $x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}$; $x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}$; $\dots$; $x_n = \frac{\Delta_{x_n}}{\Delta}$ kabi aniqlanadi.

Misol Chiziqli tenglamalar sistemasini yeching.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_2 = 1 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 1*1*1 + 1*1*(-1) + (-1)*(-2)*2 - 1*1*2 - (-1)*(-2)*1 - 1*1*(-1) = 1-1+4-2-2+1=1$$

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3; \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 6; \quad \Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 2$$

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = \frac{3}{1} = 3; \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = \frac{6}{1} = 6; \quad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta} = \frac{2}{1} = 2$$

Javob: 3, 6, 2

Takrorlash uchun savollar:

1. Chiziqli tenglamalar sistemasi nima?
2. Teorema (Kroneker-Kapelli).
3. Teorema (Kramer).
4. $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_2 = 1 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$ sistemani Kramer usuli bilan yeching.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Курс математического анализа. (Л. Кудрявцев) 1998-г. Москва.
2. Oliy matematikadan misol va masalalar. (Sh.Xurramov) 2015-y. Toshkent.
3. www.mathprofi.ru internet sayti.