

3-laboratoriya ishi. Tebranma harakat qonunlarini o'rganish

Maqsad: Mayatnik tebranish davrining mayatnik ip uzunligiga bog'liqliligini aniqlash. Mayatnik tebranish davrining mayatnik og'ish burchagiga bog'liqliligini aniqlash. Matematik mayatnik yordamida erkin tushish tezlanishini aniqlash

Kerakli asbob va buyumlar: Ocmaga osilgan sharli mayatnik, sekundometr, o'lchash metir tayyoqchasi.

Kirish

Tebranish (va to'lqin) tabiatda va texnikada ko'p kuzatiladigan va yaxshi ma'lum bo'ladigan hodisadir. Bu hodisani nazariy va amaliy o'rganish fizikaning fundamental asoslarini tushinish va o'rganishda muhim hisoblanadi. Shuningdek bu tajribalar nazariy va amaliy fizika orasidagi bog'liqlikni elementar darajada tushinishga imkon beradi.

Matematik mayatnik tajribasi mexanik tebranishni modelini vaqt va uzunlikni o'lchash bilan tafsiflovchi ko'plab turli tajribalar orasidagi eng mashhuri hisoblanadi.

Nazariy tamoyyilar

Oddiy matematik mayatnik deganda L uzunlikdagi vaznsiz ipga osilgan m -massali moddiy nuqta tushiniladi. Ishqalanish kuchlarini hisobga olmagan holda moddiy nuqta harakati Nyuton qonunlari asosida nazariy ravishda quyidagicha tafsiflanishi mumkin:

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + D \sin \varphi = 0 \quad (1)$$

Bu yerda $J = mL^2$ -ocma chetiga nisbatan inersiya momenti, $D = mgL$ -kuch momenti, g -erkin tushish tezlanishi, φ -og'ish burchagi, m -massa.

Kichik burchaklar ($\sin \varphi \approx \varphi$) uchun (1) tenglamaning yechimi moddiy nuqta quyidagi tebranish davri bilan og'irlik kuchi ta'sirida tebranishini ko'rsatadi:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgL}}$$

Shuning uchun mayatnik tebranish davri T va L -uzunligini bilgan holda

mayatnik yordamida erkin tushish g aniqlash mumkin. Mayatnik tebranishi ham energiya aylanishi kuzatish mumkin bo'lgan standart na'munadir. (1) tenglamani t -vaqt bo'yicha integrallab energiyaning saqlanish qonunini quyidagicha yozish mumkin:

$$L^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + 2gL(1 - \cos\varphi) = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = E_0 = \text{const} \quad (2)$$

E_{kin} -kinetik energiya, E_{pot} -potensial energiya, E_0 -to'la energiya. $\varphi = \alpha$ bo'lgan nuqtada tezlik nolga tenglashadi va potensial energiya minimal qiymatga erishadi:

$$E_{\text{pot}} = 2gL(1 - \cos\alpha) \quad (3)$$

(2) tenglamani (3) tenglama bilan almashtirsak kattaroq og'ish burchaklari uchun tebranish davrini aniqlash imkoni paydo bo'ladi:

$$\frac{T}{4} = \sqrt{\frac{L}{g}} \int_0^{\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{\cos\varphi - \cos\alpha}}$$

$k = \sin(\alpha/2)$ deb olsak tebranish davri quyidagicha aniqlanadi:

$$T = 4 \sqrt{\frac{L}{g}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} = 4 \sqrt{\frac{L}{g}} \cdot K(k)$$

Bu yerda $K(k)$ –birinchi tartibli elliptik integral. Tebranish davri uchun berilgan $K(k)$ tartibni davom ettirsak

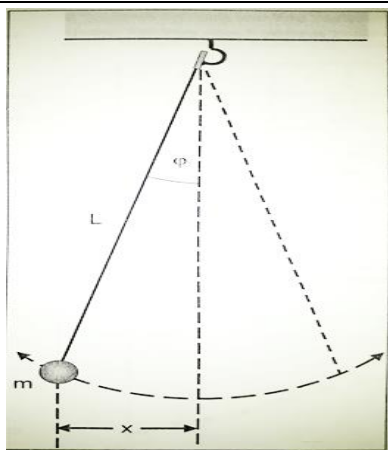
$$T = 4 \sqrt{\frac{L}{g}} \left(1 + \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \dots\right) \quad (4)$$

Og'ish burchaklarining kichik qiymatlarida ya'ni $\varphi \leq 7^\circ$ bo'lsa, tebranish davri (2) formula qiymatiga yaqin bo'ladi. (4)-formula esa m massali qattiq jismga ta'sir qiluvchi barcha kuchlarni inobatga olgan (1) tenglamadir. Ocmayatnik ilgakli buralma mixga o'rnatilgan moslamada ishqalanishni kamaytirish maqsadida igna qo'yilgan. Metall sharcha massasi po'lat sim massasidan ancha katta va ocmayatnik turli ishqalanishlardan holi bo'ladi.

Kerakli jixozlar quyidagilardan iborat: ocmayatnik osilgan sharli mayatnik, po'lat simning uzunligini o'lchash lentasi, sekundomer.

Ushbu qurilma yordamida quyidagilarni amalga oshirish mumkin:

a) Tebranish davrini og'ish burchagi funksiyasi sifatida aniqlash. Bu vazifani bajarish uchun:



1-rasm

- mayatnik uzunligini 1-metrdan uzunroq oling.
 -har xil burchaklar uchun birxil davrini oling.
 -Og'ish burchagini aniqlash uchun mayatnik tagligiga maxsus o'lchagich o'rnatilgan bo'ladi va og'ish burchagini quyidagi trigonometrik formuladan aniqlanadi: $\varphi = \arcsin \frac{x}{L}$ (5)

Natijalar olish quyidagicha amalga oshiriladi: Mayatnik uzunligi ma'lum bir qiymatida va har xil burchaklar uchun tebranish davri topiladi (1-rasm).

Davrining og'ish burchagiga bog'liqligi (5) formulaga binoan hisoblanadi. Olingan natijalarga binoan jadval tuzilib, T ning (4) formulaga muvofiq $\sin^2 \frac{\varphi}{2}$ qiymatga proporsionalligidan foydalanib, ular orasidagi bog'lanish grafigi chiziladi.

X (m)	φ (gradus)	T(sekund)

Tajribada har bir holat bo'yicha olingan nuqtalar bo'ylab (12) formula asosida to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Topilgan nuqtalar buylab o'tkazilgan to'g'ri chiziqqa qarab davrning burchakka bog'liqligi o'rganiladi.

b) Tebranish davrining uzunlikka bog'liqliligi quyidagicha o'rganiladi:

- mayatnik uzunligi 1-metrdan uzun qilib olinadi,
- o'lchash xatoligini kamaytirish uchun har bir uzunlikda 10 marta tebranishni oling,
- mayatnik uzunligini o'lchang

Tebranish davri T, uzunlik L-ning funksiyasi sifatida hisoblab jadval tuzing?
 (Mayatnik uzunligini 0,8 m dan 2 m oraligida oling)

L (m)	T(s)

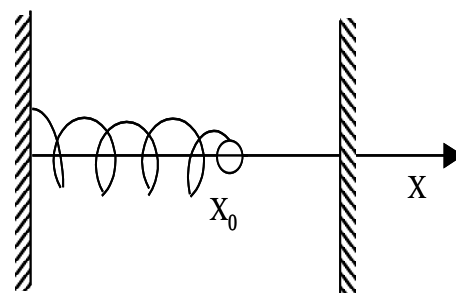
Mayatnik uzunligi va davr orasida quyidagicha bog'lanish mavjud $T \sim \sqrt{L}$

Chiziqli bog'lanish asosida grafik chiziladi (ordinata o'qida davr absisa o'qida uzunlik), topilgan nuqtalar bo'ylab (2) formulaga muvofiq uzluksiz chiziq o'tkaziladi. Chiziqli bog'lanishga asoslanib g -ning qiymati topiladi.

NAZARIY QISM

O'z harakatining ma'lum darajada takrorlanuvchanligi bilan farqlanuvchi harakatlarga **tebranma harakatlar** deyiladi. Tebranma harakatlarga misol sifatida, cholg'u asbobidagi torning tebranishi, soat mayatnigining harakati, tebranish konturidagi tok kuchining vaqt o'tib borishi bilan o'zgarishi va boshqa misollarni keltirish mumkin. Bu laboratoriya ishida faqat mexanik tebranma harakatlar haqida gap boradi.

Faraz qilaylik, 2-rasmda ko'ringanidek ikki devor orasidagi sterjenga sharcha



2-rasm

o'rnatilgan bo'lib, sharcha o'z ketma-ketligida prujina orqali devorga bog'langan bo'lsin. Sharchaning muvozanat vaziyatini x o'qining X_0 nuqtasida deylik. Agar sharchani muvozanat holatidan biror masofaga ko'chirib, keyin qo'yib yuborsak, sharcha o'zining muvozanat holatiga nisbatan avval bir tomonga, keyin ikkinchi tomonga siljib tebranma harakatda ishtirok eta boshlaydi. Bu harakatni formula bilan ham tavsiflash mumkin. Umuman, mexanik tebranma harakat formulasi deb tebranma harakatda ishtirok etayotgan qattiq jismning istalgan vaqtda o'zining muvozanat holatidan qaysi tomonga va qancha masofaga siljiganligini ko'rsatuvchi matematik tenglamani tushunamiz. Biz ko'rayotgan harakatda sharcha bilan sterjen o'rtasida va sharcha bilan havo o'rtasida qarshilik kuchlari mutlaqo yo'q deb olsak, sodir bo'lgan tebranma harakat formulasini quyidagicha yozish mumkin:

$$x = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha) \quad (1)$$

Bunda A -siljish masofasining eng katta qiymati-tebranish amplitudasi, x -sharchaning istalgan vaqtdagi siljish masofasi, t -vaqt, ω -tebranishning doiraviy chastotasi va α -tebranishning boshlang'ich fazasi.

Ko'rilayotgan fizik kattalikning qiymati (misol sifatida sharchaning

muvozanat holatidan siljish masofasi, mayatnikning og'ish burchagi va h.z.) vaqt o'tishi bilan sinusoidal yoki kosinusoidal qonuni asosida o'zgarib tursa, bunday harakatga **garmonik tebranma harakat** deb ataladi.

Tebranma harakatni harakterlash uchun yana quyidagi fizik kattaliklardan foydalaniladi. T-tebranish davri, bu kattalik tebranma harakatda ishtirok etayotgan jimsning bir marta to'la tebranishi uchun ketgan vaqtni ifodalaydi. ν -tebranish chastotasi bo'lib, bir sekund vaqt oraligida to'la tebranishlar sonini ko'rsatadi.

Tebranma harakat qonunlarini o'rganish yuchun quyida ikkita mashqda tebranish qonunlarini ko'rib o'rganib chiqamiz.

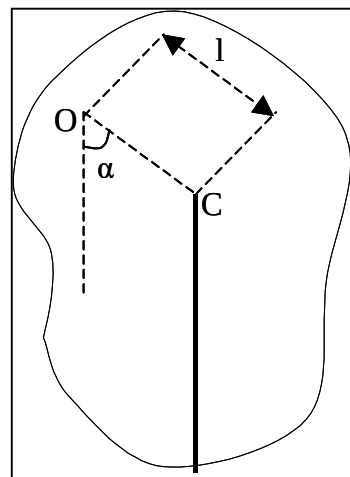
1-mashq. Fizik mayatnikning inersiya momentini aniqlash

Maqsad: Fizik mayatnik tebranish qonunlarini tebranayotgan shar misolida o'rganish va tebranayotgan sharyordamida erkin tushish tezlanishini o'lchash.

Kerakli jixozlar quyidagilardan iborat: ocmaga osilgan sharli mayatnik, po'lat simnining uzunligini o'lchash lentasi, sekundomer.

NAZARIY QISM

Inersiya markazidan o'tmaydigan gorizantal o'q atrofida og'irlik kuchi ta'sirida tebrana oladigan qattiq qattiq jismga fizik mayatnik deyiladi (3-rasm). O-mayatnikning osilish nuqtasi S-inersiya markazi, OS-mayatnik inersiya markazi bilan osilish nuqtasi orasidagi masofa bo'lib, odatda fizik mayatnik yelkasi deyiladi. Mayatnikni biror burchakka og'dirilsa, uni muvozanat vaziyatga keltiruvchi og'irlik kuchining momenti quyidagicha aniqlanadi:



3-rasm

$$M = -m \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \phi \quad (2)$$

(2) ifodadagi minus ishora kuch momentining ta'siri og'ish burchagi yo'nalishiga qarama-qarshi ekanligini ko'rsatadi. Mayatnikning osilish o'qiga nisbatan inersiya momentini I desak, qattiq qattiq jismning aylanma harakat dinamikasining asosiy tenglamasiga ko'ra, quyidagi tenglikni yoza olamiz:

$$I \cdot \varepsilon = -m \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \phi \quad \text{bundan} \quad \varepsilon = \frac{d^2 \phi}{dt^2} = \phi''$$

$$\text{ekanini xisobga olsak,} \quad I \phi'' = -m \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \phi \quad (3)$$

$$\text{bundan} \quad \phi'' + \frac{mg\ell}{I} \sin \phi = 0 \quad (4)$$

ko'rinishdagi ikkinchi tartibli bir jinsli differensial tenglamani hosil qilamiz.

Og'ish burchagi kichik bo'lgan hollarda $\sin \phi \approx \phi$ deyish mumkin. Natijada (4) tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\phi'' + \frac{mg\ell}{I} \phi = 0 \quad (5)$$

(5) formulaga quyidagicha

$$\frac{mg\ell}{I} = \omega_0^2 \quad (6)$$

belgilash kiritaylik. U holda (5) tenglama quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\phi'' + \omega_0^2 \phi = 0 \quad (7)$$

Bu garmonik tebranma harakatning differensial tenglamasi bo'lib, uning yechimi

$$\phi = \phi_0 \sin(\omega_0 \cdot t + \alpha + \frac{\pi}{2}) \quad \text{yoki} \quad \phi = \phi_0 \cos(\omega \cdot t + \alpha) \quad (8)$$

Shakl bilan ifodalaniladi. Demak, og'ish burchagi juda kichik qiymatlarga ega bo'lsa, fizik mayatnikning harakati garmonik tebranma harakatlanadi va burilish burchagining kattaligi vaqt o'tishi bilan sinusoidal yoki kosinusoidal qonuniyati asosida o'zgarib turadi. (6) ifodaga asosan fizik mayatnikning tebranish davri quyidagicha bo'ladi:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot \ell}} \quad (9)$$

bo'ladi. Bu tajriba kuzatilgan fizik mayatnik 4-rasmda ko'rsatib o'tilgan. Fizik mayatnik sterjenga o'rnatilgan D va B disklardan, va prizmalardan tuzilgan. U kronshteynning ilish joyiga osib qo'yilgan. Tayanch prizmalar orasidagi masofani L deb belgilaymiz. Bu fizik kattalikka asosan mayatnik yelkasini quyidagicha aniqlaymiz. Mayatnikning bir vaziyatdagi tebranish davrini T_1 , bu vaziyatga nisbatan mayatnik yelkasini l desak, (9) formulaga binoan uning inersiya momenti

quyidagicha bo'ladi:

$$I_1 = \frac{T_1^2}{4\pi^2} mg\ell \quad (10)$$

gar mayatnikni to'nkarsak, fizik mayatnikning inersiya markazidan tayanchgacha (aylanish o'qigacha) bo'lgan masofa (yelka) va tebranish davri o'zgaradi. Bu yelkaga nisbatan uning tebranish davrini T_2 deylik. U holda uning inersiya momentini quyidagi ifodadan aniqlaymiz:

$$I_2 = \frac{T_2^2}{4\pi^2} mg(L - \ell) \quad (11)$$

Aylanish o'qlari parallel ko'chirilganda Shteyner teoremasiga ko'ra, mayatnikning birinchi va ikkinchi holatlardagi inersiya momentlarini quyidagicha yozish mumkin:

$$I_1 = m \cdot \ell^2 + I_0 \quad (12)$$

$$I_2 = m \cdot (L - \ell)^2 + I_0 \quad (13)$$

U holda I_0 - fizik mayatnikning inersiya markazidan o'tgan gorizontal o'qqa nisbatan inersiya momenti, (13) ifodadan (12) ifodani ayiramiz, u quyidagicha bo'ladi:

$$I_2 - I_1 = m \cdot L \cdot (L - 2 \cdot \ell) \quad (14)$$

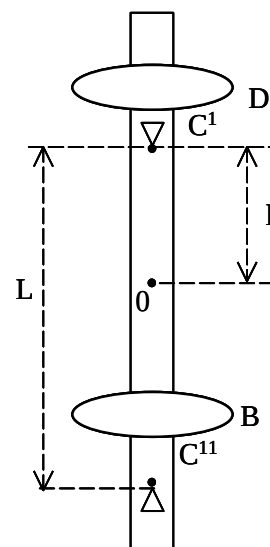
va bu ifodaga (10) va (11) ifodalardagi I_1, I_2 larning qiymatlarini keltirib qo'ysak

$$\frac{1}{4 \cdot \pi^2} \cdot m \cdot g \left[(L - \ell) \cdot T_2^2 - \ell \cdot T_1^2 \right] = m \cdot L \cdot (L - 2 \cdot \ell)$$

shakldagi tenglik hosil bo'ladi. Bundan birinchi tayanch nuqtadagi mayatnikning inersiya markazigacha bo'lgan masofa, ya'ni fizik mayatnikning yelkasi quyidagi ifodaga teng ekani kelib chiqadi:

$$\ell = \frac{4\pi^2 L^2 - gLT_2^2}{8\pi^2 L - g(T_2^2 - T_1^2)} \quad (15)$$

Tajribada mayatnikning ikki tebranish holatiga nisbatan tebranish davrlari T_1 va T_2 larni aniqlab (15) ifodadan mayatnikning yelkasi hisoblanadi. So'ng (10) va



4-rasm

(11) formulalardan mayatnikning ikki holatlari uchun inersiya momentlari I_1 va I_2 lar aniqlanadi.

Ishni bajarish tartibi

1. Mayatnikni C' prizma orqali osib, uni muvozanat vaziyatdan $4-12^0$ gradusga og'diriladi. Keyin sekundomer yordamida 20 marta tebranish uchun ketgan vaqt topilib $T_1 = \frac{t_1}{n_1}$ ifodadan tebranish davri aniqlanadi.

2. Mayatnikni ag'darib (to'nkarib) uning tebranish davri ikkinchi C'' tayanchga nisbatan aniqlanadi. Ikki tayanch orasidagi masofa $L=0,73$ m.

3. (15) formuladan bir tayanch nuqtadan inersiya markazigacha bo'lgan masofa (mayatnik yelkasi) aniqlanadi.

4. (10) va (11) formulalardan fizik mayatnikning ikki holati uchun inersiya momenti aniqlanadi.

O'lchash va hisoblash natijalari quyidagi jadvalga yoziladi.

№	N	t_1 c	T_1 c	$\langle T_1 \rangle$ c	$\langle T_1^2 \rangle$ c	n_2	T_2 c	T_2 c	$\langle T_2 \rangle$ c	$\langle T_2^2 \rangle$ c	ℓ m	L m	I_1	I_2
1														
2														
3														

2-mashq. Matematik mayatnik yordamida qattiq jismlarning erkin tushish tezlanishini aniqlash

Maqsad: Mayatnik tebranish davrining mayatnik ip uzunligiga bog'liqliligini aniqlash. Mayatnik tebranish davrining mayatnik og'ish burchagiga bog'liqliligini aniqlash. Matematik mayatnik yordamida erkin tushish tezlanishini aniqlash

Kerakli asbob va buyumlar: vazinsiz ip, sharcha, matematik mayatn, sekundometr, o'lchash metr tayyoqchasi.

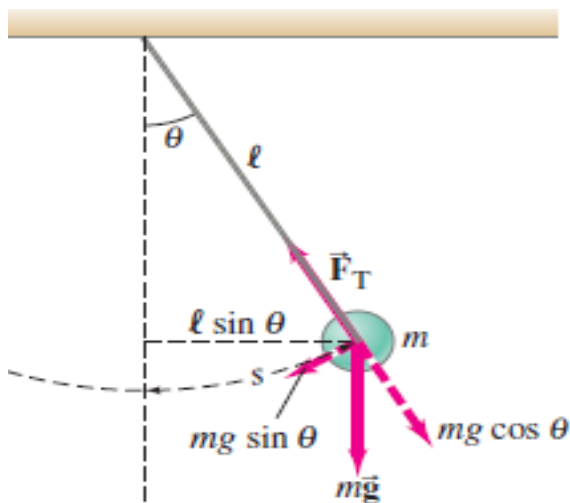
NAZARIY QISM

Cho'zilmaydigan, vaznsiz ip va unga osilgan sharsimon qattiq jismdan iborat sistemaga matematik mayatnik deyiladi. Keltirilgan ta'rif ideallashtirilgan ta'rifdir.

Chunki tabiatda vaznga ega bo'lmagan va kuch ta'sirida cho'zilmaydigan ipni topish mumkin emas. Shuningdek, har qanday qattiq jism massasi chekli hajmda ma'lum qonuniyat asosida taqsimlanadi. Lekin, amalda, uzun ingichka ipga osilgan kichik hajmdagi og'irroq sharchadan iborat sistemani matematik mayatnik deb olish mumkin. Agar matematik mayatnikni muvozanat vaziyatidan chiqarilsa, u og'irlik kuchining R_t tashkil etuvchisi ta'sirida o'zining muvozanat vaziyatiga intiladi. (5a-rasm). 5-b rasmda Piza minorasida juda uzun arqonga osilgan murakkab lampaning tebranma harakati tasvirlangan. Aytishlaricha bu xodisani Galiley tomonidan kuzatilgan bo'lib, mayatnikning tebranish davri tebranish amplitudasiga bogliq emasligi to'g'risida xulosa chiqarishga imkon bergan.

Yuqoridagi fizik mayatnikka tatbiq etilgan amallarni ($M = -mg\ell \sin \varphi$ va $\varphi = \varphi_0 \cos(\omega t + \alpha)$ formulalar) matematik mayatnikka qo'llasak, og'ish burchagi kichik bo'lganda matematik mayatnik harakati ham garmonik tebranishdan iborat ekanini aniqlaymiz, ya'ni:

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega t + \alpha)$$



5a-rasm



5b-rasm

Matematik mayatnikning aylanish markaziga nisbatan inersiya momenti

[illegible]

Sinov savollari

1. Qanday mayatniklarga fizik mayatnik deb aytiladi?
2. Qanday mayatniklarga matematik mayatnik deb aytiladi?
3. Qanday kuch taʼsirida mayatnik tebranma harakat qiladi?
4. Inersiya momenti va kuch momenti deb nimaga aytiladi?
5. Shteyner teoremasining mazmun mohiyati nimadan iborat?
6. Ogʻirlik kuchi tezlanishi turli sistemalarda qanday birliklarda oʻlchanadi?
7. Fizik mayatnik tebranish davri massasiga bogʻliqmi?
8. Tebranma harakatni harakterlovchi kattaliklarni ayting.
9. Tebranma harakat deb qanday harakatga aytiladi.
10. Garmonik tebranma harakat deb qanday tebranishga aytiladi.
11. Garmonik tebranma harakat tenglamasini yozing.
12. Matematik mayatnikning tebranish davri formulasini keltirib chiqaring.
13. Rezonans xodisasini tushintiring.