

## 2 - laboratoriya ishi. Oberbek mayatnigi yordamida qattiq qattiq jismning inersiya momentini aniqlash

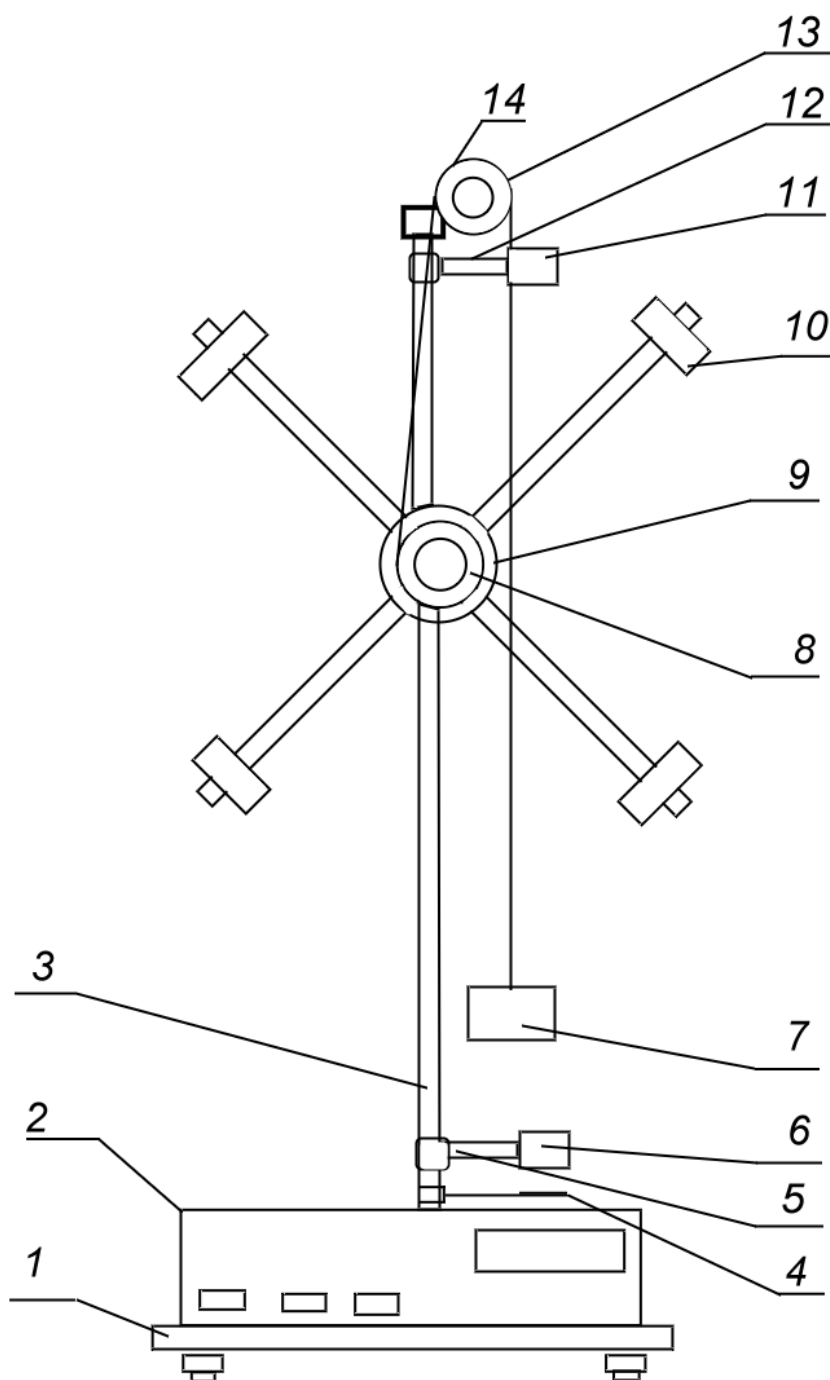
**Ishning maqsadi:** ma'lum geometrik shaklga ega bo'lgan qattiq qattiq jismning inersiya momentini Oberbek taklif etgan usul bilan aniqlashdan iborat.

**Kerakli asbob va buyumlar:** Oberbek mayatnigi, massasi 100 gr dan bo'lgan to'rtta tosh, sekundomer, shtangensirkul.

### NAZARIY QISM

Trayektoriyasi aylanadan iborat bo'lgan harakatga **aylanma harakat** deyiladi. Moddiy nuqtaning aylanma harakatini chiziqli tezlik va chiziqli tezlanishdan tashqari, burchak tezlik va burchak tezlanish bilan harakterlash mumkin. Vaqt birligi davomidagi burilish burchagiga teng bo'lgan kattalikka **burchak tezlik** deyiladi. "Oberbek mayatnik" tavsifi: Taglik-1, elektronika bo'limi-2 va vertikal kallona (ustun)-3, kallonada uchta tutqich mavjud, ularning ikkitasi fotoelektrik sensorlar: bular pastki-5 va yuqoriga-12, uchinchi tutqich rezina amortizatorlar yukni to'xtatish uchun-4. Pastki krestovina-8, unga o'ralgan ikki bosqichli disk-9 mavjud. 4ta yuk o'rnatish uchun tayyoqchalar-10, shpalning tayoqchalari bo'ylab harakatlanishi mumkin. Ip uchun yuqori blok-13, doimiy og'irlik-7. Unga qo'shimcha og'irliklar o'rnatilishi mumkin. 14-elektromagnit ustunning yuqori bo'limida o'rnatiladi. Ip uchun yuqori blok-13, doimiy og'irlik-7. Unga qo'shimcha og'irliklar o'rnatilishi mumkin. 14-elektromagnit ustunning yuqori bo'limida o'rnatiladi. Harakatlanish vaqti sekundomer yordamida o'lchanadi, u yuqori datchikdan (11) o'tgandan keyin boshlanadi va optik datchikdan (6) o'tgandan keyin to'xtaydi. Ipning taranglik kuchi ta'sirida ko'ndalang o'qi gorizonttal o'q atrofida aylanadi. Hozirgi vaqtda yuk pastki datchikdan o'tadi, elektromagnit (14) shpalni va diskni shkiv bilan to'xtatadi. Keyin harakatlanish vaqtining ko'rsatkichi elektr sekundomer ekranida aks etadi. Ustun yuk (7) bosib o'tgan masofani hisoblash uchun millimetr shkalasi bilan belgilanadi. Ushbu masofani yuqori optik sensorni siljitish orqali o'zgartirish mumkin. Qurilma "CET" tugmachasini bosish orqali yoqiladi. "RESET" tugmachasini bosgandan so'ng sekundomer tiklanadi;

elektromagnit (15) blokni tuzatadi. "START" tugmachasini bosgandan so'ng, tayoqchani aylantirish mumkin bo'ladi.

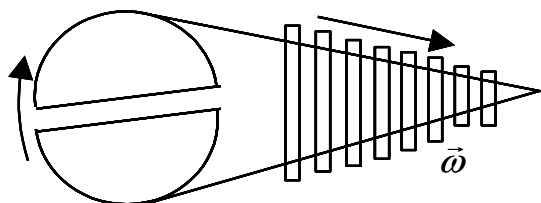


1-rasm. Oberbek mayatnigining umumiy ko'rinishi keltirilgan.

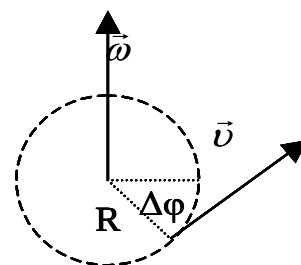
Agar qattiq qattiq jism  $\Delta t$  vaqt ichida  $\Delta\varphi$  burchakka burilsa, u holda burchak tezlik  $\omega$  quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \quad (1)$$

Demak, burchak tezlik burilish burchagidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng ekan. Burchak tezlik vektor kattalik bo'lib, uning yo'nalishini "o'ng vint" qoidasi bo'yicha aniqlash mumkin (2-rasm).



2 – rasm.



3 – rasm.

Vintning aylanish yo'nalishi aylanma harakatdagi moddiy nuqta aylanma harakatining yo'nalishini tavsiflasasa, o'qning ilgarilanma harakati burchak tezlik yo'nalishini ko'rsatadi. Aylana yoy uzunligi bilan markaziy burchak va aylana radiusi orasidagi bog'lanish  $\Delta S = R \cdot \Delta \phi$  ekanini hisobga olsak, chiziqli tezlik bilan burchak tezlik orasidagi bog'lanish kelib chiqadi:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta S}{\Delta t} \right) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{R \Delta \phi}{\Delta t} \right) = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right) = R \omega \quad (2)$$

Tezlik vektor kattalik bo'lgani uchun (2) ifoda vektor shaklida quyidagicha yoziladi:

$$v = [\vec{\omega} \cdot \vec{R}] \quad (3)$$

Demak, chiziqli tezlik vektori burchak tezlik vektori bilan radius vektorining ko'paytmasiga teng bo'lsa, o'ng vint qoidasiga muvofiq, bu uch vektor 3-rasmda ko'rsatilgan yo'nalishlarga ega bo'ladi. Agar  $\omega = \text{const}$  bo'lsa, aylanma harakat tekis bo'ladi. Shunday bo'lsa, burchak tezlikni aylanish davri va chastotasi bilan ifodalash mumkin. To'liq bir marta aylanish uchun ketgan vaqtga *aylanish davri* ( $T$ ), birlik vaqt oraligidagi aylanishlar soniga *aylanish chastotasi* ( $\nu$ ) deyiladi. Ular orasidagi bog'lanish  $T = \frac{1}{\nu}$  ga teng. Agar  $\omega \neq \text{const}$  bo'lsa, harakat notekis bo'ladi.

Notekis aylanma harakat burchak tezlanish deb ataladigan kattalik bilan karakterlanadi. Burchakli tezlikning vaqt birligi oralig'idagi o'zgarishiga *burchak tezlanish* deyiladi. Agar  $\Delta t$  vaqt oralig'ida moddiy nuqtaning burchak tezligi  $\Delta \omega$

qadar o'zgarsa, uning burchak tezlanishi quyidagicha bo'ladi:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \right) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad (4)$$

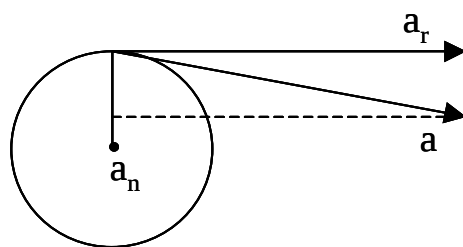
Burchak tezlanish burchak tezlikdan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng. Notekis harakatda tezlik vektori miqdori va yo'nalishi bo'yicha o'zgaradi. Shuning uchun bu harakatda ishtirok etayotgan moddiy nuqtaning chiziqli tezlanishini ikki tashkil etuvchiga ajaratiladi. (4-rasm)  $a_t$  -tezlanishning tangensial tashkil etuvchisi bo'lib vaqt birligi oralig'ida chiziqli tezlikning miqdoriy o'zgarishini quyidagicha karakterlaydi:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon \quad a_t = \varepsilon \cdot R \quad (5)$$

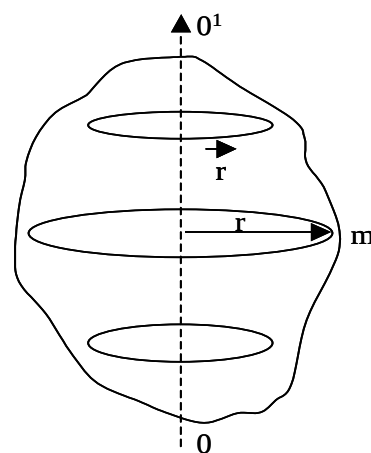
Demak, tangensial tezlanish burchak tezlanishning aylana radiusiga bo'lgan ko'paytmasiga teng ekan. Tezlanishning normal tashkil etuvchisi esa, tezlikning yo'nalishi bo'yicha o'zgarishini ko'rsatadi va quyidagicha aniqlanadi:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R \quad a_n = \omega^2 R \quad (6)$$

Keltirilgan ifodalarni qattiq qattiq jism uchun umumlashtirishda, uni fikran shunday mayda bo'lakchalarga bo'lamizki, ularning har birini moddiy nuqta deb hisoblash mumkin bo'lsin. Tashqi kuch ta'sirida qattiq qattiq jismni tashkil etuvchi elementar bo'lakchalarning bir-birlariga nisbatan vaziyatlari o'zgarmasa, ya'ni deformasiyalanmasa bunday qattiq jism *absolyut qattiq qattiq jism* deyiladi. Qattiq qattiq jism aylanma harakatda ishtirok etganida uni tashkil qiluvchi elementar bo'lakchalarning harakat trayektoriyalari aylanalardan iborat bo'ladi. Bu aylanalarning markazlari bir to'g'ri chiziqli yotadi va odatda, bu chiziq aylanish o'qi deyiladi (5-rasm). Qattiq jismni aylanma harakatga keltiruvchi kuchning ta'siri uning qo'yilish nuqtasiga va kuch yo'nalishiga bog'liq. Aylanish o'qidan turli



4-rasm.



5-rasm

masofalarga qo'yilgan aynan bir kuch qattiq jismga turli burchak tezlanish beradi. Shu sababli qattiq qattiq jism aylanma harakat dinamikasining tenglamasini keltirib chiqarish uchun kuch va massa tushunchalaridan tashqari, *kuch momenti* hamda *inersiya momenti* degan kattaliklar kiritiladi. Elementar bo'lakchalarga qo'yilgan  $\vec{F}$  - kuchning aylanish markazidan kuch qo'yilgan nuqtaga o'tkazilgan radius vektor ko'paytmasi **kuch momenti** deb ataladi. Kuch momentining vektori qo'yidagi formuladan aniqlanadi:

$$\vec{M} = (\vec{r} \cdot \vec{F})$$

Kuch momentining moduli

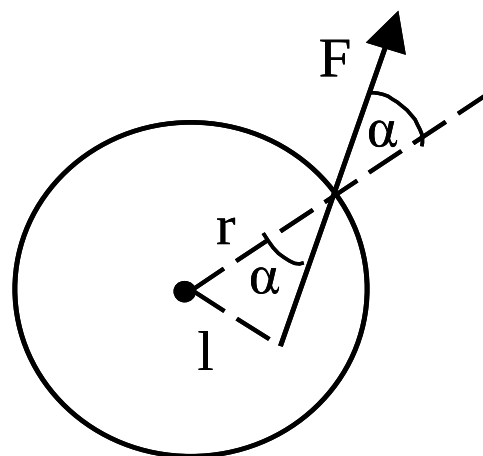
$$M = Fr \sin \alpha = F\ell \quad (7)$$

bunda  $\ell = r \sin \alpha$  bo'lib, kuch yo'nalishiga aylanish markazidan tushirilgan uzunligini ifodalaydi va *kuch yelkasi* deb yuritiladi. Demak, kuch momenti qiymat jihatidan kuchning yelkaga bo'lgan ko'paytmasiga teng ekan. 6-rasmda moddiy nuqta deb qarash mumkin bo'lgan bitta elementar bo'lakchanning aylana bo'ylab harakati tasvirlangan. Kuch momentining SI sistemasidagi birligi  $N \cdot m$  bo'ladi.

Elementar bo'lakcha massasi ( $m$ ) bilan bu bo'lakchadan aylanish markazigacha bo'lgan masofa kvadrati ( $r^2$ ) ko'paytmasiga teng bo'lgan kattalik elementar bo'lakchanning (moddiy nuqtaning) aylanish markaziga nisbatan inersiya momenti deyiladi va quyidagiga teng bo'ladi.

$$I = mr^2 \quad (8)$$

Qattiq qattiq jismni tashkil etuvchi elementar bo'lakchalar aylanish o'qidan turli masofalarda joylashgan ( $r$ -turlicha). Binobarin, (8) formulaga asosan elementar bo'lakchalarning inersiya momentlari turlicha bo'ladi. Inersiya momenti skalyar kattalik bo'lgani uchun biror quzg'almas o'qqa nisbatan qattiq jismning inersiya momenti, uni tashkil etuvchi elementar bo'lakchalarning shu o'qqa nisbatan inersiya



6-rasm

momentlarining yig'indisiga teng bo'ladi.

Agar elementar bo'lakchalar massalarini  $m_1, m_2, m_3, \dots, m_i$  ularning quzg'almas o'qqa nisbatan aylanish radiuslarini  $r_1, r_2, \dots, r_i$  desak, u holda qattiq jismning shu o'qqa nisbatan inersiya momenti quyidagi formuladan topiladi:

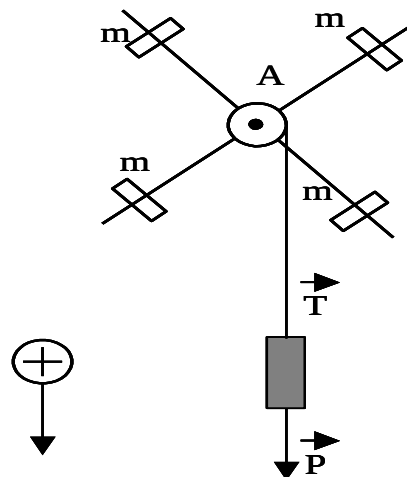
$$I = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 \quad (9)$$

Aylanma harakat qonunlarida ilgari ilganma harakatdagi kuch o'rniga kuch momenti, massa o'rniga inersiya momenti qo'llanilgani uchun ilgari ilganma harakatdagi impuls ( $P$ ) o'rniga impuls momenti ( $L$ ) kattalik kiritiladi. U holda ilgari ilganma harakat uchun o'rinli bo'lgan  $\vec{P} = m\vec{v}$  ko'rinishdagi impuls o'rniga aylanma harakatda  $\vec{L} = I\vec{\omega}$  ko'rinishdagi impuls momenti qo'llaniladi.

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (10)$$

Nyutonning  $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$  shaklidagi qonunini aylanma harakatga tadbiq etib, aylanma harakatning asosiy tenglamasini keltirib chiqaramiz. Bunda tenglamadagi  $\vec{P}$  vektorni  $\vec{L}$  bilan  $\vec{F}$  ni kuch momenti  $\vec{M}$  bilan almashtirsak, aylanma harakat dinamikasining asosiy qonuni quyidagicha yoziladi:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = \frac{Id\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\varepsilon} \quad (11)$$



7-rasm

Demak, kuch momenti qiymat jihatidan inersiya momenti bilan burchak tezlanish ko'paytmasiga teng. (11) formulaga qattiq qattiq jism aylanma harakat dinamikasining asosiy tenglamasi deyiladi. Qattiq qattiq jismning shakli murakkab ko'rinishga ega bo'lgan hollarda uning biror o'qqa nisbatan inersiya momentini (8) formula yoki undan kelib chiquvchi boshqa formulalar asosida aniqlash mushkul ishdir. Shuning uchun bunday holarda ularning inersiya momentlarini turli usullar bilan tajribada topiladi. Ana shu usullardan birini quyidagi ishda ko'rib o'tamiz.

Oberbek mayatnigi bir xil massali ( $m$ ) toshlar o'rnatilgan krestovinadan iborat (7-rasm). Tosh larni aylanish o'qiga nisbatan turli masofada o'rnatish mumkin. Agar

bu yuklar aylanish o'qidan bir xil masofada tursa, aylanish o'qi krestovinaning massalar markazidan o'tadi. Natijada krestovinaga tashqi kuch ta'sir etmaguncha, u farqsiz muvozanatli holatini saqlaydi. Shkiv A ga o'ralgan ipga P yukni osib, butun sistemani harakatga keltirish mumkin. Yukning og'irlik kuchi ta'sirida ip taranglashadi. Og'irlik kuchi  $\vec{P}$  pastga, taranglik kuchi  $\vec{T}$  yuqoriga tomon yo'nalgan. Bu kuch kuchlarning teng ta'sir etuvchisi  $\vec{a}$  tezlanish beradi. Nyutonning II qonuniga ko'ra, ushbu sistema uchun quyidagi vektor tenglik o'rinli:

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T} \quad (12)$$

Bu tenglikning modulini yozishda shartli ravishda harakatning musbat yo'nalishini belgilab olamiz. 8-rasmda ko'rsatilgan yo'nalishdagi kuchlarni musbat desak, teskari yo'nalishdagi kuchlar manfiy bo'ladi. U holda

$$ma = P - T = mg - T \quad (13)$$

Bundan taranglik kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$T = mg - ma = m(g - a) \quad (14)$$

Taranglik kuchining aks ta'sir etuvchisi shkivga qo'yilgan bo'lib, bu kuchning aylantiruvchi momenti quyidagiga teng:

$$M = T \cdot r = m(g - a) \cdot r \quad (15)$$

bunda  $a$  - osilgan yukning olgan tezlanishi,  $r$  - shkiv radiusi,  $m$  - osilgan yuk massasi. Yukning boshlang'ich tezligi nolga teng. Binobarin, yukning harakati boshlang'ich tezliksiz tekis tezlanuvchan harakatdan iborat bo'lgani uchun yo'l formulasi quyidagicha bo'ladi:

$$h = \frac{at^2}{2} \quad (16)$$

Bundan yukning olgan tezlanishini topamiz.

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (17)$$

Ifoda (17) ni (15) ga qo'ysak, krestovinaning aylantiruvchi momenti uchun quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$M = m(g - a)r = m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right) \quad (18)$$

(17) ifodaga asosan aylanma harakat dinamik tenglamasini quyidagicha o'zgartirib yozish mumkin:

$$M = I\varepsilon = I \frac{a}{r} = I \frac{2h}{rt^2} \quad (19)$$

(16) va (19) ifodalarni tenglab,  $I$  ga nisbatan yechsak, krestovinaning inersiya momenti uchun quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$I = mr^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (20)$$

### Ishni bajarish tartibi

1. Krestovinaning sterjenidan yukchalar chiqarib olinadi. Shtangensirkul yordamida shkiv diametrini o'lchab, uning radiusi ( $r$ ) aniqlanadi.
2. Krestovinani aylantirib, yuk quyiladigan maydoncha yuqoriga ko'tariladi va poldan ko'tarilish balandligi ( $h$ ) o'lchanadi.
3. Maydonchaga 100 g massali yuk qo'yiladi (maydoncha massasi ham hisobga olinadi). Maydonchani qo'yib yuborib, sekundomer harakatga keltiriladi va taglikka urilish bilan to'xtatilib, yukning harakatlanish vaqti aniqlanadi.
4. Yuqoridagi tajriba 200 g, 300 g, va 400 g massali yuklar uchun taqrorlanadi va har gal yukning tushish vaqti aniqlanadi.
5. Barcha hollar uchun (20) formuladan aylanuvchi sistemaning inersiya momenti aniqlanib, so'ng ularning o'rtacha qiymati hisoblanadi. O'lchash va hisoblash natijalari 1-jadvalga yoziladi.

#### 1-jadval

| № | $h$ (m) | $t$ (s) | $m$ (kg) | $r$ (m) | $I_0$ (kg<br>m <sup>2</sup> ) | $I_0$ o'r. | $\Delta I_0$ | $\Delta I_0$<br>o'r. | $\frac{\langle \Delta I_0 \rangle}{\langle I_0 \rangle} \cdot 100\%$ |
|---|---------|---------|----------|---------|-------------------------------|------------|--------------|----------------------|----------------------------------------------------------------------|
| 1 |         |         |          |         |                               |            |              |                      |                                                                      |
| 2 |         |         |          |         |                               |            |              |                      |                                                                      |
| 3 |         |         |          |         |                               |            |              |                      |                                                                      |
| 4 |         |         |          |         |                               |            |              |                      |                                                                      |

6. Krestovina sterjenidagi yuklarni uning uchiga o'rnatib, farqsiz muvozanat hosil qilinadi. So'ng 100 g, 200 g, 300 g, va 400 g massali yuklar uchun yuqoridagi tajriba

takrorlanadi. (20) formuladan yukli krestovinaning inersiya momentini hisoblab, ularning o'rtacha qiymati  $\langle I \rangle$  aniqlanadi. O'lchash va hisoblash natijalari 2-jadvalga yoziladi.

## 2-jadval

| № | $h$ (m) | $t$ (s) | $m$ (kg) | $r$ (m) | $I_0$ (kg m <sup>2</sup> ) | $\langle I_0 \rangle$ | $\Delta I_0$ | $\langle \Delta I_0 \rangle$ | $\frac{\langle \Delta I_0 \rangle}{\langle I_0 \rangle} \cdot 100\%$ |
|---|---------|---------|----------|---------|----------------------------|-----------------------|--------------|------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| 1 |         |         |          |         |                            |                       |              |                              |                                                                      |
| 2 |         |         |          |         |                            |                       |              |                              |                                                                      |
| 3 |         |         |          |         |                            |                       |              |                              |                                                                      |
| 4 |         |         |          |         |                            |                       |              |                              |                                                                      |

7. Hisoblash natijalaridan absolyut va nisbiy xatoliklar aniqlanadi. Krestovina sterjeniga o'rnatilgan har bir yukning inersiya momenti quyidagi formuladan aniqlanadi.

$$I = \frac{1}{4}(\langle I \rangle - \langle I_0 \rangle) \quad (21)$$

## Sinov savollari

1. Absolyut qattiq qattiq jism deb qanday qattiq jismga aytiladi?
2. Aylanma harakat deb qanday harakatga aytiladi?
3. Burchak tezlik va burchak tezlanishni tushuntiring.
4. Chiziqli tezlik deb nimaga aytiladi?
5. Egri chiziqli harakatda tangensial va normal tezlanishlar nimani
6. ifodalaydi?
7. Inersiya momenti deb nimaga aytiladi?
8. Kuch momentini tushuntiring.
9. Nyutonning II qonunini ilgarilanma va aylanma harakat uchun yozib,
- 10.ta'riflab bering.
- 11.9.Ishchi formulani keltirib chiqaring.

