

2-Ma'ruza. Ko'phadni ko'phadga bo'lish. Bezu teoremasi. Tenglama tushunchasi. Tenglama yechimi.

Reja:

1. Birhad va Ko'phad haqida tushuncha berish.
2. Bezu teoremasi.
3. Tenglama turlari va uni yechish usullari.

Ta'rif-1 Sonlarning, o'zgaruvchilarning va darajali o'zgaruvchilarning o'paytmasiga birhad deyiladi.

Misol-1 $2ax$, $3a^2bc^3$, $0,5y^4$ - kabilar birhad deyiladi.

$a^2 + 3$, $x-1$, $3a-2$ - birhad emas.

Ta'rif-2 Birhadning darajasi deb unda qatnashayotgan noma'lumlar darajasining yig'indisiga aytiladi.

Misol-2 $2ax$ - 2- darajali; $3a^2bc^3$ - 6-darajali birhad.

Ta'rif-3 Bir necha birhadlar yig'indisi ko'phad deyiladi.

Misol-3 $4x^2 + 5ay + 3x^3y$, $2x + 3x^2 + 7x^3 - 6x^4$ ko'phadlar.

Ta'rif-4 Ko'phadning darajasi deb unda qatnashayotgan birhadlarning eng katta darajasiga aytiladi.

Misol-4 $4x^2 + 5ay + 3x^3y - 4$ -darajali; $3a^2 + 4a^2b - 3$ -darajali

Ta'rif-5 Bir o'zgaruvchidan iborat ko'phad polinom deyiladi.

Misol-5 $3x^2 + 4x^3 - 6x^4$; $3a - 7a^2$; $8b^3 - 3b^2 + 2b$ - polinom

Ko'phadni ko'phadga bo'lish ham sonlarni bo'lgan kabi bajariladi:

1)

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - 3x^2 + 4x + 9 & x+1 \\ - 2x^3 + 2x^2 & \\ \hline & -5x^2 + 4x + 9 \\ & - 5x^2 - 5x \\ \hline & 9x + 9 \\ & - 9x + 9 \\ \hline & 0 \end{array}$$

2)

$$\begin{array}{r|l} 3x^3 - 2x^2 + 4x + 5 & x-2 \\ - 3x^3 - 6x^2 & \\ \hline & 4x^2 + 4x + 5 \\ & - 4x^2 - 8x \\ \hline & 12x + 5 \\ & - 12x - 24 \\ \hline & 24 \end{array}$$

$$2x^3 - 3x^2 + 4x + 9 = (x+1)(2x^2 - 5x + 9) \quad 3x^3 - 2x^2 + 4x + 5 = (x-2)(3x^2 + 4x + 12) + 29$$

Xo'sh qanday hollarda ko'phadlar qoldiqsiz bo'linadi? Bunga Bezu teoremasi javob beradi.

$f(x) = a_0x^m + a_1x^{m-1} + a_2x^{m-2} + \dots + a_{m-1}x + a_m$ ko'phad berilgan bo'lsin.

Teorema (Bezu). $f(x)$ ko'phad $(x-k)$ ko'phadga bo'linishi uchun $f(k)=0$ bo'lishi zarur va yetarli.

$$\Delta f(x): (x-k) \Leftrightarrow f(k)=0$$

Zaruriyligi $f(x): (x-k) \Rightarrow f(k)=0$

$$f(x)=P(x)(x-k)$$

$$f(k)=P(k) \cdot 0, f(k)=0$$

Yetarliligi $f(k)=0 \Rightarrow f(x):(x-k)$

$$f(x)=P(x)(x-k)+A$$

$$f(x)=P(k) \cdot 0 + A, A=0 \Rightarrow f(x):(x-k) \quad \Delta$$

Bezu teoremasi algebraning asosiy teoremasi deyiladi. Yuqoridagi misollarda, haqiqatdan ham

$$2x^3 - 3x^2 + 4x + 9 : (x+1) \text{ tekshirib ko'rsak } x=-1 \text{ da}$$

$$2(-1)^3 - 3(-1)^2 + 4(-1) + 9 = -2 - 3 - 4 + 9 = 0$$

$$3x^3 - 2x^2 + 4x + 5 : (x-2) \text{ da } x=2 \text{ ni qo'yamiz}$$

$$3(2)^3 - 2(2)^2 + 4(2) + 5 = 24 - 8 + 8 + 5 = 29$$

Ko'phadlarni ko'phadga bo'lish qanday hollarda yordam beradi?

$$\text{Misol: } \frac{x^2-3x-5}{x-4} + \frac{x^2-6x+3}{x-6} \leq 2x+1 \quad (1)$$

$$\begin{array}{r|l} \frac{x^2-3x-5}{x^2-4x} & \frac{x-4}{x+1} \\ \hline \frac{x-5}{x-4} & \\ \hline -1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \frac{x^2-6x+3}{x^2-6x} & \frac{x-6}{x} \\ \hline 3 & \end{array}$$

$$x^2 - 6x + 3 = x + \frac{3}{x-6}$$

$$x^2 - 3x - 5 = x + 1 + \frac{-1}{x-4}$$

Shunday qilib (1) ni $x + 1 - \frac{1}{x-4} + x + \frac{3}{x-6} \leq 2x+1$ deb yozib olsa bo'ladi.

$$\frac{3}{x-6} - \frac{1}{x-4} \leq 0 \Rightarrow x \in [3;4] \cup [6;\infty).$$

Noma'lum o'zgaruvchi qatnashgan algebraik tenglikka tenglama deyiladi. $f(x)$ va $\varphi(x)$ lar x o'zgaruvchining ko'phadlari bo'lsa, $f(x)=\varphi(x)$ tenglikni qanoatlantiruvchi x larni topish masalasiga bir noma'lumli tenglamani yechish deyiladi.

Tenglama ildizga ega bo'lmasligi ham mumkin:

$$2x+5=2x+4 \quad \text{- ildizi yo'q}$$

Bir xil ildizlarga ega tenglamalar teng kuchli tenglamalar deyiladi: $3x+6=18$ va $2x=8$

Tenglamalarning turlari va ularni yechish usullari bilan amaliy mashg'ulotlarda batafsil tanishamiz.

$$\text{Misol} \quad \frac{7x}{2} - \frac{x+15}{3} = 2 - \frac{5+x}{6}$$

Bundan so'ng, har ma'ruza yakunida mavzu bo'yicha 5-6 ta misol va masala berib, yil yakunida olinadigan "200 talik topshiriqlar to'plami"ni shakllantirib boramiz.

Takrorlash uchun savollar:

1. Bezuv teoremi va uning isbotini ayting.
2. Ko'phadlarni bo'ling $2x^3 - 3x^2 + 2x + 5 : (x-1)$
3. Ko'phadni ko'phadga bo'lgandagi qoldiqni aniqlang: $\frac{4x^3+3x^2+2x+1}{x+4}$ bo'lishni bajarmasdan qoldiqni aniqlang.
4. Tenglamani yeching $\frac{3x}{6} + \frac{4x+1}{5} = 8 + \frac{2x}{3}$
5. Kvadrat tenglamani yeching $9x^2 - 6x + 1 = 0$
6. Bikvadrat tenglamani yeching $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Oliy matematika. (F.Rajabov) 2007-y. Toshkent.
2. Matematika. (A. Sanginov) 2011-y. Toshkent.
3. Oliy matematikadan misol va masalalar. (Sh.Xurramov) 2015-y. Toshkent.
4. www.mathprofi.ru internet sayti.